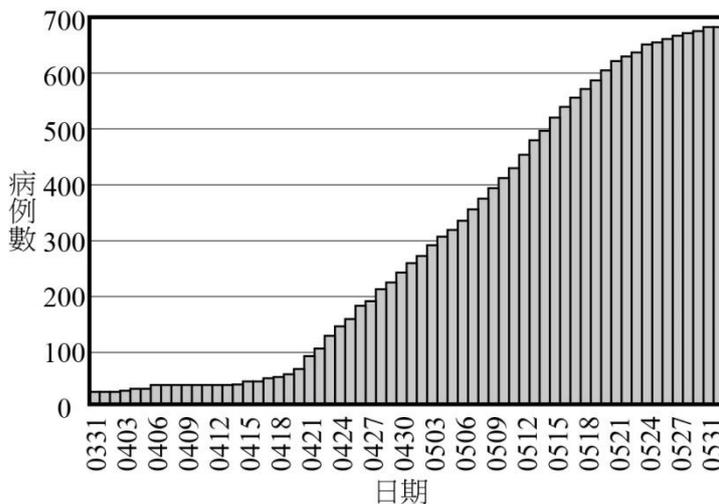


# 國立基隆高中 113 學年度第二學期高一數學暑假作業

班級：\_\_\_\_\_ 座號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

## 一、單選題(25 題)

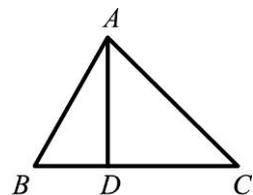
- ( ) 若一數列滿足遞迴關係式  $\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_n = a_{n-1} + 2n - 1 (n \geq 2) \end{cases}$ ，該數列的前五項依序為何？  
 (A) 1, 2, 5, 11, 21    (B) 1, 4, 9, 16, 25    (C) 1, 2, 5, 12, 27  
 (D) 1, 2, 3, 5, 8    (E) 1, 2, 4, 7, 11
- ( ) 設  $U = \{1, 2, 3, 4\}$  為宇集，集合  $A = \{1, 2\}$  與  $B = \{2, 3\}$  為  $U$  的兩個子集，求  $A' \cup B' =$   
 (A)  $\{1, 2, 3\}$     (B)  $\{1, 2, 3, 4\}$     (C)  $\{3, 4\}$     (D)  $\{1, 3, 4\}$     (E)  $\{1, 4\}$
- ( ) 一列火車有 7 節車廂，車廂號碼 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7，今有兩對夫婦同時上火車。此四人剛好選坐兩節車廂而且是一對夫婦在一節車廂，另外一對夫婦選坐另一節車廂，則共有多少種選法？ (A) 49 (B) 21 (C) 42 (D) 84 (E) 13
- ( ) 擲一顆公正的骰子 2 次，觀察每次出現的點數，事件  $A$  為出現點數和小於 5，事件  $B$  為 2 次中至少出現一次點數 1，求  $A \cap B$  的個數為多少個？ (A) 3 (B) 5 (C) 6 (D) 8 (E) 10
- ( ) 附圖為臺灣某年 SARS 疫情病例累計趨勢統計圖 (3 月 31 日到 5 月 31 日)：



從 4 月 22 日到 5 月 14 日共 23 天的每日平均新增病例數，最接近下列哪一個值？

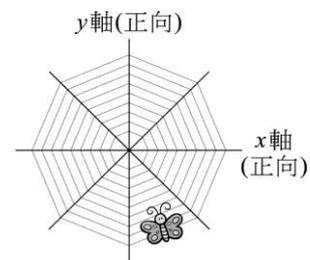
- (A) 11 (B) 14 (C) 17 (D) 20 (E) 23
- ( ) 某校數學段考第一次成績的平均分數是 60 分，標準差為 5 分，第二次成績平均分數是 69 分，標準差為 10 分，兩次成績的相關係數是 0.8。某生第一次成績是 70 分，請問此生第二次成績預測是幾分？ (A) 85 分 (B) 86 分 (C) 87 分 (D) 88 分 (E) 89 分
  - ( ) 如圖所示，有一  $\triangle ABC$ ，已知  $\overline{BC}$  邊上的高  $\overline{AD} = 12$ ，且  $\tan \angle B = \frac{3}{2}$ 、 $\tan \angle C = \frac{2}{3}$ 。試問  $\overline{BC}$  的

長度為何？



- (A) 20 (B) 21 (C) 24 (D) 25 (E) 26

8. ( )  $\triangle ABC$  中，若  $(a+b+c)(a+b-c) = 3ab$ ，求  $\angle C =$   
 (A)  $60^\circ$  (B)  $120^\circ$  (C)  $150^\circ$  (D)  $45^\circ$  (E)  $135^\circ$
9. ( ) 一等差數列的項數為偶數，若其偶數項的和比奇數項的和多了 15，且最後一項比第一項大 28.5，則此等差數列的項數為下列哪一個數？ (A) 18 (B) 20 (C) 22 (D) 24 (E) 26
10. ( ) 設甲事件發生的機率為  $\frac{2}{3}$ ，乙事件發生的機率為  $\frac{1}{4}$ ，今以  $p$  表示甲事件或乙事件發生的機率，則  $p$  的範圍是  
 (A)  $\frac{1}{2} \leq p \leq \frac{2}{3}$  (B)  $\frac{2}{3} \leq p \leq \frac{3}{4}$  (C)  $\frac{2}{3} \leq p \leq \frac{11}{12}$  (D)  $\frac{3}{4} \leq p \leq \frac{11}{12}$  (E)  $\frac{11}{12} \leq p \leq 1$
11. ( ) Scratch 是一款線上平台，可以利用簡單的積木指令完成想要的動畫。青舍老師設計了一款「小蜘蛛結網」的動畫，並使蝴蝶落在蜘蛛網上。根據圖片中蝴蝶的位置，下列哪個選項最有可能是青舍老師輸入的極坐標？



- (A)  $[8, 110^\circ]$  (B)  $[8, 170^\circ]$  (C)  $[8, 230^\circ]$  (D)  $[8, 290^\circ]$  (E)  $[8, 350^\circ]$
12. ( ) 在  $\triangle ABC$  中， $a, b, c$  分別表示  $\triangle ABC$  三內角  $\angle A, \angle B, \angle C$  的對邊長。已知  $\sin A - \sin B + \sin C = \frac{2}{5}(a - b + c)$ ，則  $\triangle ABC$  的外接圓半徑為  
 (A) 1 (B)  $\frac{5}{4}$  (C)  $\frac{4}{3}$  (D)  $\frac{3}{2}$  (E) 2
13. ( ) 坐標平面上，已知兩直線  $L_1: x - \sqrt{3}y = 0$ ， $L_2: x + y + 2 = 0$ ，若  $L_1, L_2$  與  $x$  軸正向所夾的角度為  $\theta_1, \theta_2$ ，則下列選項何者正確？  
 (A)  $\theta_1 = 45^\circ$  (B)  $\theta_1 = 150^\circ$  (C)  $\theta_2 = 45^\circ$  (D)  $\theta_2 = 135^\circ$  (E)  $L_1, L_2$  的夾角為  $30^\circ$  或  $150^\circ$
14. ( ) 數列  $a_1 + 1^3, a_2 + 2^3, \dots, a_k + k^3, \dots, a_{10} + 10^3$  共 10 項，且其和為 3100，則  $a_1 + a_2 + \dots + a_k + \dots + a_{10}$  的值為下列哪一個選項？  
 (A) -25 (B) 75 (C) 256 (D) 2715 (E) 3025
15. ( ) 在  $(\sqrt{2} + \sqrt[3]{3})^{120}$  展開式中，為有理數的項數共有多少項？  
 (A) 30 (B) 31 (C) 33 (D) 35 (E) 37
16. ( ) 某班級有男生 18 人，女生 12 人，其中  $A$  為某男生， $B$  為某女生，今要以抽籤方式決定誰去參加數學檢定，則下列哪些情況的敘述是正確的？  
 (A) 如果只需抽測一位學生，則  $A$  被抽到的機率大於  $B$  被抽到的機率  
 (B) 如果只需抽測兩位學生，則  $A$  被抽到的機率大於  $B$  被抽到的機率  
 (C) 如果只需抽測兩位學生，則抽到兩位都是男生的機率大於兩位都是女生的機率  
 (D) 如果只需抽測兩位學生，則抽到一男一女的機率為  $\frac{72}{190}$

17. ( ) 有 10 位同學參加黃老師的選修課，這 10 位同學的期末考成績和缺課數，老師做了一個統計表，如下表所示：

學生	甲	乙	丙	丁	戊	己	庚	辛	壬	癸
缺課數	1	2	3	3	4	3	5	6	3	0
成績	100	90	90	80	70	70	60	60	80	100

若按照這組二維數據，缺課數 ( $X$ ) 和成績 ( $Y$ ) 的相關係數為何？

- (A)  $-1 \leq r \leq -0.6$  (B)  $-0.6 < r < -0.2$  (C)  $-0.2 < r < 0.2$  (D)  $0.2 < r < 0.6$  (E)  $0.6 \leq r \leq 1$

18. ( ) 已知  $145^\circ < \theta < 150^\circ$ ，且設  $a = 1 - \cos^2 \theta$ 、 $b = \frac{1}{\cos \theta} - \cos \theta$ 、 $c = \frac{\tan^2 \theta}{\tan^2 \theta + 1}$ 。關於  $a, b, c$  三個數值的大小，試選出正確的選項。

- (A)  $a < b < c$  (B)  $a < c < b$  (C)  $b < a < c$  (D)  $b < c = a$  (E)  $c = a < b$

19. ( ) 將甲、乙、丙、丁，...等 9 人平分成 3 組，且甲、乙必須在同一組，則有多少種不同的方法？ (A)70 (B)90 (C)140 (D)280 (E)840

20. ( ) 若一等比級數前 10 項之和為 64，前 20 項之和為 96，則前 40 項之和為 (A)108 (B)120 (C)128 (D)160 (E)216

21. ( ) 設  $A = \{x \mid (x+1)(x+2)(2x-1) > 0\}$ ， $B = \{x \mid x^2 + ax + b \leq 0\}$ ，若  $A \cup B = \{x \mid x > -2\}$ ， $A \cap B = \{x \mid \frac{1}{2} < x \leq 3\}$ ，則數對  $(a, b) =$

- (A)  $(-1, -2)$  (B)  $(-2, -3)$  (C)  $(2, -3)$  (D)  $(-2, 3)$  (E)  $(2, 3)$

22. ( ) 校慶時導師要從彥廷、淑美、淑惠、珊妃、翠萍五人當中挑四人參加 400 公尺接力，其中彥廷衝刺較好，若有上場必跑第四棒，而淑惠起跑較不佳，若有上場一定不跑第一棒，請問導師共有多少種排棒次的方法？ (A)12 (B)18 (C)30 (D)36 (E)48

23. ( ) 阿點有五個孫子，有天朋友問他，你家五個孫子中，年紀最大的是幾歲啊？阿點回他朋友：「我家五個孫子的年齡（皆為正整數）超特別的喔，他們五個的算術平均數、中位數、眾數都是 10 歲，且全距為 20 歲」，設阿點家年紀最大的孫子為  $T$  歲，試問  $T$  的所有可能值總和為？ (A)51 (B)66 (C)63 (D)72

24. ( ) 6 件物品任意放入 4 個箱子，物品需放完，則下列敘述何者正確？

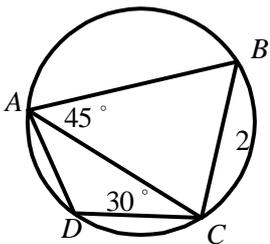
- (A) 物品不同，箱子不同，任意放，方法有  $P_4^6$  種  
 (B) 物品不同，箱子相同，任意放，可有空箱，方法有  $C_6^{10}$  種  
 (C) 物品相同，箱子不同，任意放，可有空箱，方法有  $C_6^{10}$  種  
 (D) 物品相同，箱子相同，每箱至少放 1 個，方法有 2 種

25. ( ) 春節期間，甲乙兩人想買高鐵車票出遊。若兩人買得到車票的機率分別為 0.4、0.5，且兩人同時買不到車票的機率是 0.2。試求甲買不到但乙買得到車票的機率為

- (A)0.1 (B)0.2 (C)0.3 (D)0.4 (E)0.5

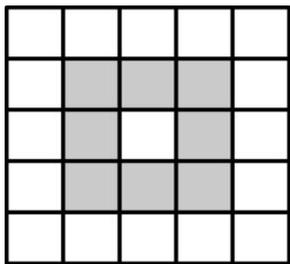
## 二、填充題(25 題)

1. 有一款線上遊戲推出「十連抽」的抽卡機制，「十連抽」意思為系統自動做十次的抽卡動作。若每次「十連抽」需用 1500 枚代幣，抽中金卡的機率在前九次皆為 2%，在第十次為 10%。今某生有代幣 23000 枚，且不斷使用「十連抽」，抽到不能再抽為止。則某生抽到金卡張數的期望值為\_\_\_\_\_張。
2. 試求五個數據：-2、-1、1、2、10 的標準差為\_\_\_\_\_。
3. 散布圖中有五個樣本點：A(2,1)、B(3,8)、C(5,2)、D(5,4)、E(10,5)，則去掉哪一點後，其相關係數不變？\_\_\_\_\_。  
(A)A (B)B (C)C (D)D (E)E
4. 比較  $a = \cos 10^\circ$ 、 $b = \tan 50^\circ$ 、 $c = \sin 70^\circ$  三數的大小關係：\_\_\_\_\_。(由小至大)
5. 化簡  $\sin(180^\circ + \theta) \times \cos(90^\circ + \theta) - \sin(90^\circ - \theta) \times \cos(180^\circ - \theta) =$ \_\_\_\_\_。
6. 如圖，圓內接四邊形 ABCD 中， $\angle BAC = 45^\circ$ 、 $\angle ACD = 30^\circ$ 、 $\overline{BC} = 2$ ，試求  $\overline{AD} =$ \_\_\_\_\_。

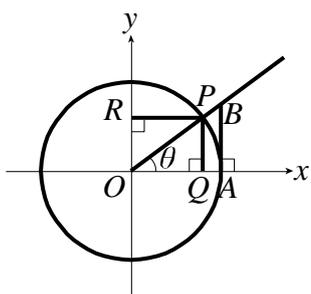


7. 平行四邊形 ABCD 中， $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{BC} = 2$ ，一條對角線  $\overline{AC} = 4$ ，則另一條對角線  $\overline{BD}$  的長為\_\_\_\_\_。
8. 有一個長方形堆垛，均由大小相同的球所堆成。若底層之短邊有 12 顆球，長邊有 15 顆球，則此長方形堆垛共有\_\_\_\_\_顆球。
9. (1) 6 個不同的球放入 2 個不同的箱子，每箱至少一球的方法有\_\_\_\_\_種。  
(2) 6 個人搭乘 2 部計程車，每車至多載客 4 人，則不同載法有\_\_\_\_\_種。(不考慮車內坐法)
10. 試求  $(1+x^2) + (1+x^2)^2 + (1+x^2)^3 + \dots + (1+x^2)^{20}$  展開式合併之後的  $x^6$  係數為\_\_\_\_\_。

11. 在如圖的棋盤方格正中心有一顆棋子，棋子每次可隨機朝上、下、左、右移動一步。問移動 3 次後棋子在標示陰影區域中的機率為\_\_\_\_\_。



12. 已知  $\tan 190^\circ = k$ ，則  $\sin 170^\circ \times \sin 280^\circ =$  \_\_\_\_\_ (用  $k$  表示)。
13. 設數列  $\langle a_n \rangle$  的首項  $a_1 = 2$  且滿足遞迴關係式： $a_n = 3a_{n-1} + 2$ ， $n \geq 2$ ，觀察歸納的規則，試推測一般項  $a_n$  的通式 (以  $n$  表示) \_\_\_\_\_。
14. 數列  $\langle n + 2^{10-n} \rangle$  的前 10 項總和為\_\_\_\_\_。
15. 若將「probability」這個字的字母任意排列，則  
 (1) 兩個  $b$  相鄰的機率為\_\_\_\_\_。(2) 相同字母都不相鄰的機率為\_\_\_\_\_。
16. 張老師有兩班自然組的學生， $A$  班有 40 人， $B$  班有 50 人，某次月考後， $A$  班的算術平均數為 65 分， $B$  班的算術平均數為 60 分。今有  $A$  班兩學生因老師改錯而來改分數，一位少給 15 分，另一位則多給了 5 分，試問成績改正後，張老師兩班自然組的學生的算術平均數變化為\_\_\_\_\_分。(請填增加或減少了多少分)
17. 某校有五位羽球培訓的選手，他們的身高分別是 172, 174, 175, 176, 178 (公分)，則這五位同學的  
 (1) 平均身高：\_\_\_\_\_。  
 (2) 身高的標準差：\_\_\_\_\_。  
 (3) 身高標準化數據：\_\_\_\_\_。
18. 有一組資料  $(x_i, y_i)$ ， $i = 1, 2, \dots, n$ ，算術平均數  $\mu_x = 3$ ， $\mu_y = 5$ ；標準差  $\sigma_x = 2$ ， $\sigma_y = 4$ ，已知  $y$  對  $x$  的迴歸直線通過 (2, 6)，則相關係數  $r =$  \_\_\_\_\_。
19. 如圖，單位圓  $O$ ，若  $\overline{AB} = \frac{3}{4}$ ，則矩形  $ORPQ$  的周長為\_\_\_\_\_。



20. 設三個正數成等比數列，這三個數的和為 52，倒數和  $\frac{13}{36}$ ，則這三個數最小的數為\_\_\_\_\_。

21. 有一正八邊形，以其頂點為三角形的頂點，則這些三角形中銳角三角形者有\_\_\_\_\_個。

22. 一袋中有 3 枚金幣和 4 枚銀幣，每枚錢幣被取到的機會均等，若從袋中將硬幣逐一取出且不放回，則第 3 枚金幣在第 4 次取幣之後（不含第 4 次）才被取出的機率為\_\_\_\_\_。

23. 如下列級數所示：

$(1+2+3+\cdots+n)+(2+4+6+\cdots+2n)+(3+6+9+\cdots+3n)+\cdots+(n+2n+\cdots+n^2)=14400$ ，意即有  $n^2$  個自然數的和為 14400，則  $n=$ \_\_\_\_\_。

24.  $a, a, b, b, c, d, e$  七個字母全取排成一列，試問  $a$  與  $b$  不相鄰的排法有\_\_\_\_\_種。

25. 如圖，矩形  $ABCD$  中， $\overline{AB}=3$ ， $\overline{BC}=2$ ，若將此矩形放在距離為 3 的兩平行線  $L_1$ 、 $L_2$  之間，且使  $C$ 、 $A$  分別落在  $L_1$ 、 $L_2$  上，而  $B$ 、 $D$  落在  $L_1$ 、 $L_2$  之間。試問  $\sin\theta=$ \_\_\_\_\_。

