國立基隆高中 113 學年度 第一學期 高二數學 A 寒假作業

範圍：數學3A　　班級：______　座號：______姓名：________

一、單一選擇題

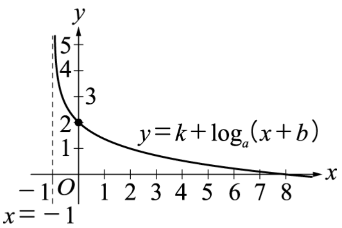
1. (　)試問下列各式的值何者最大？ (A) $\sin30^\circ$ (B) $\cos\frac{2\pi}{5}$ (C) $\sin2$ (D) $\cos4$ (E) $\sin\frac{8\pi}{3}$。

2. (　)設等差數列 $\langle a_n\rangle$ 之首項 a_1 與公差 d 皆為正數，且 $\log a_1$，$\log a_3$，$\log a_6$ 依序也成等差數列。試選出數列 $\log a_1$，$\log a_3$，$\log a_6$ 的公差。 (A) $\log d$ (B) $\log\frac{2}{3}$ (C) $\log\frac{3}{2}$ (D) $\log2d$ (E) $\log3d$。【111.學測 A】

3. (　)若 $\overrightarrow{PQ}=3\overrightarrow{a}+2\overrightarrow{b}$ 且 $Q(4,5)$，$\overrightarrow{a}=(2,-1)$，$\overrightarrow{b}=(3,4)$，則 P 點坐標為何？ (A) $(16,10)$ (B) $(16,-10)$ (C) $(-16,-10)$ (D) $(8,0)$ (E) $(-8,0)$。

4. (　)設△ABC 三邊長為 $\overline{AB}=5$，$\overline{BC}=7$，$\overline{AC}=8$，則 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CA}=$？ (A) 6 (B) -6 (C) 10 (D) -20 (E) 20。

5. (　)如圖為函數 $y=k+\log_a(x+b)$ 的部分圖形，$x=-1$ 為此函數圖形之漸近線，下列敘述何者正確？



(A) $a>1$ (B) $b=-1$ (C) $k=1$ (D) $a-k>0$ (E) $a-b<0$。

6. (　)若 $-180^\circ<\theta<0^\circ$，$\dfrac{\tan\theta-\tan32^\circ}{1+\tan\theta\tan32^\circ}=1$，則 $\theta=$？ (A) -13° (B) -77° (C) -90° (D) -103° (E) -135°。

7. ( )下列哪一個數值最接近 1？ （A）$\sin 28^{\circ}+\sqrt{3}\cos 28^{\circ}$ （B）$\sin 48^{\circ}+\sqrt{3}\cos 48^{\circ}$ （C）$\sin 68^{\circ}+\sqrt{3}\cos 68^{\circ}$ （D）$\sin 88^{\circ}+\sqrt{3}\cos 88^{\circ}$ （E）$\sin 108^{\circ}+\sqrt{3}\cos 108^{\circ}$。

8. ( )若 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}=20$，求 $\begin{vmatrix} 2a+5b & a+2b \\ 2c+5d & c+2d \end{vmatrix}$ 之值為 （A）-10 （B）10 （C）-20 （D）20 （E）-40。

9. ( )已知直角$\triangle ABC$中，$A(-1，5)$、$B(3，8)$、$C(5，-3)$，則$\overrightarrow{BA}$在$\overrightarrow{BC}$上的正射影為 （A）$(-20，-15)$ （B）$(2\sqrt{5}，-11\sqrt{5})$ （C）$(-4，-3)$ （D）$\left(\frac{2}{5}，-\frac{11}{5}\right)$ 。

10. ( )《失落的羊皮書》於 1998 年紐約佳士得拍賣會上，以美金 200 萬的高價成交。若以碳 14 定年法檢測此件「羊皮書」古物，發現該古物上碳 14 的含量占原來的$\frac{23}{30}$。若碳 14 的半衰期約為 5700 年，試問此件「羊皮書」的年代最接近下列何者？（已知 $\log 2\approx 0.3010$，$\log 2.3\approx 0.3617$） （A）約 1300 年前 （B）約 1800 年前 （C）約 2200 年前 （D）約 2500 年前 （E）約 2800 年前。

11. ( )滿足$\log_{\frac{1}{3}}(\log_2 x)\geq -1$之整數解 x 共有幾個？ （A）5 （B）6 （C）7 （D）8 （E）無限多個。

12. ( )某品牌計算機在計算對數 $\log_a b$ 時需按 $\boxed{\log}\ \boxed{(}\ \boxed{a}\ \boxed{，}\ \boxed{b}\ \boxed{)}$。某生在計算 $\log_a b$ 時（其中 $a>1$ 且 $b>1$）順序弄錯，誤按 $\boxed{\log}\ \boxed{(}\ \boxed{b}\ \boxed{，}\ \boxed{a}\ \boxed{)}$，所得為正確值的$\frac{9}{4}$倍。試選出 a，b 間的關係式。 （A）$a^2=b^3$ （B）$a^3=b^2$ （C）$a^4=b^9$ （D）$2a=3b$ （E）$3a=2b$。【111.學測 A】

13. ( )若 $0\leq x\leq 2$，$f(x)=4^{x^2-3x+2}$的最小值為何？ （A）0 （B）$\frac{\sqrt{2}}{2}$ （C）1 （D）2 （E）16。

14. (　)已知平面上 $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}+\overrightarrow{c}=\overrightarrow{0}$ 且 $|\overrightarrow{a}|=\sqrt{2}$，$|\overrightarrow{b}|=\sqrt{3}$，$|\overrightarrow{c}|=4$，則下列敘述何者正確？ (A) $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=\frac{11}{2}$ (B) $\overrightarrow{b}\cdot\overrightarrow{c}=-\frac{15}{2}$ (C) $\overrightarrow{b}\cdot\overrightarrow{c}=-\frac{17}{2}$ (D) $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{c}=-\frac{15}{2}$ (E)本題無解。

15. (　)關於函數 $f(x)=\frac{1}{2}(\sqrt{3}\sin x+3\cos x)$ 的圖形，下列敘述何者正確？ (A)週期是 π (B)振幅是 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (C)最小值為 $-\sqrt{2}$ (D) $y=f(x)$ 的圖形與 y 軸的交點為 $\left(0，\frac{3}{2}\right)$ (E) $y=f(x)$ 的圖形對稱於原點。

16. (　)設 $a=\log_{10}2$，$b=\log_{10}3$，則下列哪個選項可以表示 $\log_6 72$？ (A) $\frac{a+b}{3a+2b}$ (B) $\frac{2a+3b}{a+b}$ (C) $\frac{3a+2b}{a+b}$ (D) $\frac{a+b}{2a+3b}$ (E) $\frac{b}{a+b}$。

17. (　)當 $0\le x\le 2\pi$，試問 $1+x=\tan x$ 有幾個實數解？ (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E)無限多個。

18. (　)設 $90^\circ<\theta<180^\circ$ 且 $\sin\theta=\frac{4}{5}$，則下列哪一個選項是正確的？ (A) $\cos\theta=\frac{3}{5}$ (B) $\cos 2\theta=-\frac{24}{25}$ (C) $\cos(270^\circ-\theta)=-\frac{4}{5}$ (D) $\cos\frac{\theta}{2}=\frac{2}{\sqrt{5}}$。

19. (　) 9^{10} 的科學記號表示法為 $A\times 10^n$，其中 $a\le A<a+1$，a 和 n 為正整數，則數對 $(a，n)$ 為？($\log 2\approx 0.3010$，$\log 3\approx 0.4771$) (A) (3，9) (B) (4，9) (C) (10，9) (D) (9，10)。

20. (　)下列選項中，哪一個的值最小？ (A) $2\sin 20^\circ\cos 20^\circ$ (B) $\cos^2 35^\circ-\sin^2 35^\circ$ (C) $2\cos^2 40^\circ-1$ (D) $2\sin^2 70^\circ-1$ (E) $\frac{2\tan 25^\circ}{1-\tan^2 25^\circ}$。

二、多重選擇題

1. (　)設 a_1，a_2，a_3，……，a_n 是首項為 3 且公比為 $3\sqrt{3}$ 的等比數列。試選出滿足不等式

$\log_3 a_1-\log_3 a_2+\log_3 a_3-\log_3 a_4+\cdots\cdots+(-1)^{n+1}\log_3 a_n>18$ 的項數 n 之可能選項。（A）23　（B）24　（C）25　（D）26　（E）27。【112.學測 A】

2. (　　)令 $f(x)=\sin x+\sqrt{3}\cos x$，試選出正確的選項。
(A)鉛直線 $x=\dfrac{\pi}{6}$ 為 $y=f(x)$ 圖形的對稱軸
(B)若鉛直線 $x=a$ 和 $x=b$ 均為 $y=f(x)$ 圖形的對稱軸，則 $f(a)=f(b)$
(C)在區間 $[0，2\pi)$ 中僅有一個實數 x 滿足 $f(x)=\sqrt{3}$
(D)在區間 $[0，2\pi)$ 中滿足 $f(x)=\dfrac{1}{2}$ 的所有實數 x 之和不超過 2π
(E) $y=f(x)$ 的圖形可由 $y=4\sin^2\dfrac{x}{2}$ 的圖形經適當（左右、上下）平移得到。【112.學測 A

3. (　　)已知 P 為 $\triangle ABC$ 內一點，且 $\overrightarrow{AP}=a\overrightarrow{AB}+b\overrightarrow{AC}$，其中 a，b 為相異實數。設 Q，R 在同一平面上，且 $\overrightarrow{AQ}=b\overrightarrow{AB}+a\overrightarrow{AC}$，$\overrightarrow{AR}=a\overrightarrow{AB}+(b-0.05)\overrightarrow{AC}$。試選出正確的選項。（A）$Q$，$R$ 也都在 $\triangle ABC$ 內部　（B）$|\overrightarrow{AP}|=|\overrightarrow{AQ}|$　（C）$\triangle ABP$ 面積＝$\triangle ACQ$ 面積　（D）$\triangle BCP$ 面積＝$\triangle BCQ$ 面積　（E）$\triangle ABP$ 面積＞$\triangle ABR$ 面積。【111.學測 A】

三、 填充題

1. $\triangle ABC$ 中，若 $A(-1，2)$，$B(3，4)$，$C(5，-2)$，則 $\triangle ABC$ 的面積為【　　　　】。

2. 設 $0\le x\le 2\pi$，則滿足不等式 $-1\le\cos x\le\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ 之 x 的範圍為【　　　　】。

3. 設 $A=2^{\frac{1}{3}}$，$B=\left(\dfrac{1}{8}\right)^{-2}$，$C=2^{-\frac{1}{4}}$，$D=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$，$E=8^{-\frac{1}{3}}$，試比較 A，B，C，D，E 之大小關係為【　　　　】。

4. $\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{AC}=2$，$\overline{AB}=3$，$\overline{BC}=4$，D、E、F 三點在 $\overline{BC}$ 上，且 $\overline{BD}=\overline{DE}=\overline{EF}=\overline{FC}$，則 $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AF}$ 之值為【　　　　】。

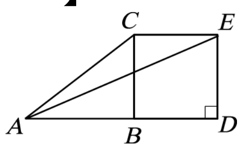
5. 設 $\overrightarrow{a}$ =（2，−6），$\overrightarrow{b}$ =（2，−1），已知（$\overrightarrow{a}+t\overrightarrow{b}$）⊥ $\overrightarrow{b}$，則實數 t 之值為【　　　】

6. 不等式$\left(\dfrac{1}{4}\right)^{x^2-3x}>\left(\dfrac{1}{1024}\right)^2$的解為【　　　　】。

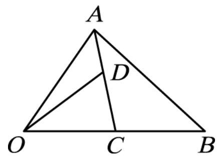
7. $\cos 40^\circ \sin 160^\circ - \sin 220^\circ \cos 340^\circ$ =【　　　　】。

8. 設｜$\overrightarrow{u}$｜=4，｜$\overrightarrow{v}$｜=3，且 $\overrightarrow{u}$ 與 $\overrightarrow{v}$ 的夾角為 120°，試求：
（1）$\overrightarrow{u}\cdot\overrightarrow{v}$ =【　　　　】。（2）｜$3\overrightarrow{u}-2\overrightarrow{v}$｜=【　　　　】。

9. 已知△ABC 為直角三角形，且 $\overline{AB}$=4，$\overline{BC}$=3，$\overline{CA}$=5。若四邊形 $BDEC$ 是以 $\overline{BC}$ 為一邊向外作出正方形，則 $\tan\angle CAE$=【　　　　】。



10. △OAB 中，C 為 $\overline{OB}$ 中點，D 在 $\overline{AC}$ 上，$\overline{AD}$：$\overline{DC}$ =2：3。設 $\overrightarrow{OD}=x\overrightarrow{OA}+y\overrightarrow{OB}$，則數對（$x$，$y$）=【　　　　】。



11. 設 $\overrightarrow{a}$ =（12，−9）且 $\overrightarrow{a}=\overrightarrow{b}+\overrightarrow{c}$，其中 $\overrightarrow{b}$，$\overrightarrow{c}$ 為非零向量，$\overrightarrow{b}$ 垂直 $\overrightarrow{c}$，且 $\overrightarrow{b}$ 平行向量（−1，2），則 $\overrightarrow{c}$ =【　　　　】。

12. 已知聲音分貝 D（dB）與聲壓 P（μPa）之間的關係為 $D=20\log\dfrac{P}{20}$，試回答下列問題：
（1）有一聲音 T 的聲壓為 20μPa，試求聲音 T 為【　　　　】分貝。
（2）若聲音分貝每增加 10，則聲壓會變為原先的【　　　　】倍。
註：Pa 讀作巴斯卡，定義為牛頓／平方米，μPa 讀作微巴斯卡（1μPa=10^{-6}Pa）

13. 解不等式 $\log_{\frac{1}{7}}(2x-1)^2>2\log_{\frac{1}{7}}(4-x)$，得 x 範圍為【　　　　】。

14. 設 k 為一常數，且二元一次聯立方程式 $\begin{cases}(k^2-1)x+3ky=k-3\\(k+1)x+2y=k+1\end{cases}$ 無解，則 $k=$【　　　　】。

15. 設 $\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$，$\frac{3\pi}{2}<\beta<2\pi$，且 $\cos\alpha=-\frac{3}{5}$，$\sin\beta=-\frac{8}{17}$，求 $\sin(\alpha-\beta)=$【　　　　】，$\cos(\alpha-\beta)=$【　　　　】。

16. 坐標平面上原點 $O(0，0)$，$A(2，3)$，$B(4，-1)$，若 $\overrightarrow{OP}=r\overrightarrow{OA}+s\overrightarrow{OB}$，$0\le r\le 2$，$-1\le s\le 2$，則滿足這個條件的 P 點所形成的區域面積為【　　　　】。

17. $\log_2(\log_3 625)+3\log_8(\log_5 9)=$【　　　　】。

18. 海水受到月球引力的影響會發生漲落的潮汐現象，題表是某港口在一天內海水漲落的記錄表：

時間 t（小時）	0	3	6	9	12	15	18	21	24
水深 y（公尺）	10	13	10	7	10	13	10	7	10

經過長期的觀測得知，水深 y 與時間 t 可以用函數 $y=f(t)=a\sin bt+c$ 來描述，根據上述資料，求出正數 a，b，c 的值，則序組 $(a，b，c)=$【　　　　】。

19. 已知 $0\le x\le\pi$，設 $y=2\cos\left(\frac{\pi}{3}-x\right)-2\cos x+1$ 的最大值為 M，最小值為 m，則 $M+m=$【　　　　】。

20. 設 O、A、B 為坐標平面上不共線三點，其中向量 $\overrightarrow{OA}$ 垂直 $\overrightarrow{OB}$。若 C、D 兩點在直線 AB 上，滿足 $\overrightarrow{OC}=\frac{3}{5}\overrightarrow{OA}+\frac{2}{5}\overrightarrow{OB}$、$3\overline{AD}=8\overline{BD}$，且 $\overrightarrow{OC}$ 垂直 $\overrightarrow{OD}$，則 $\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=$【　　　　】。【112.學測 A】