

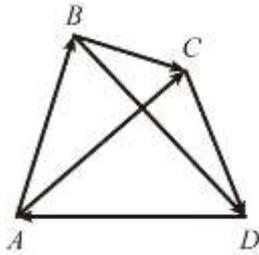
範圍：龍騰版第三冊全 班級： 座號： 姓名：

一、是非題：(10 小題，每格 2 分，共 20 分)

- ( ) 已知  $y = \sin x$  為週期函數，則  $y = \sin x + |\sin x|$  為週期函數。
- ( ) 已知  $x = k$  為  $y = \sqrt{3}\sin 2x - 3\cos 2x$  的一對稱軸，則  $x = k + \frac{\pi}{2}$  亦為  $y = \sqrt{3}\sin 2x - 3\cos 2x$  的另一對稱軸。
- ( )  $\log_{0.2} 0.3 < \log_2 3 < \log_{20} 30$ 。
- ( ) 若  $2^a = \sqrt[3]{9}$  且  $b = \log_8 3$ ，則  $a > b$ 。
- ( ) 方程式  $\sin x = \frac{x}{2\pi}$  有 3 個解。
- ( ) 若實數  $a, b, c, d$  使得聯立方程式  $\begin{cases} ax + 3y = c \\ x - 2y = 1 \end{cases}$  有解，且聯立方程式  $\begin{cases} 3x + by = d \\ x - 2y = 1 \end{cases}$  無解，則聯立方程式  $\begin{cases} ax + 3y = c \\ 3x + by = d \end{cases}$  必定無解。
- ( ) 半衰期是指放射性物質衰變至原來含量之一半所需的時間，已知一放射性物質的半衰期約為 301 年，在非洲挖出一骨頭，其中此放射性物質之含量相當於正常含量的  $\frac{1}{10}$ ，則此骨頭所在的年代距今約為 1000 年。(  $\log 2 \approx 0.3010$  )
- ( )  $y = 2^{|x|}$  的圖形與  $y = 2^{-|x|}$  的圖形對稱於  $y$  軸。
- ( ) 若  $0 \leq x \leq 2\pi$ ，則方程式  $\sec x = \frac{1}{2}$  的解有 2 個。
- ( )  $y = \sec x$  的圖形與  $y = \tan x$  的圖形在  $0 \leq x \leq 2\pi$  之間恰有 2 個交點。

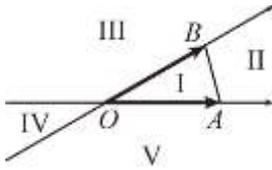
二、單選題：(10 小題，每格 2 分，共 20 分)

- ( ) 已知扇形的半徑為 10，且扇形的弧長為  $2\pi$ ，試求此扇形的圓心角為  $\theta = ?$  (A)  $\frac{\pi}{3}$  (B)  $\frac{\pi}{4}$  (C)  $\frac{\pi}{5}$  (D)  $\frac{\pi}{6}$  (E)  $\frac{\pi}{7}$
- ( ) 若  $\tan \theta = \frac{5}{12}$ ，則  $\tan 2\theta = ?$  (A)  $\frac{120}{119}$  (B)  $\frac{120}{169}$  (C)  $-\frac{120}{119}$  (D)  $-\frac{120}{169}$  (E)  $\frac{25}{144}$
- ( ) 若  $a > 0$  且  $a \neq 1$ ，則  $y = a^x$  的圖形必通過下列哪一點？ (A)(0,0) (B)(1,0) (C)(0,1) (D)(1,1) (E)(-1,0)
- ( ) 鐘面上時針的長度為 1，分針的長度為 2，求由 4 點 15 分到 5 點整，這段時間內長針和短針所掃過的面積比為 (A)48 : 1 (B)3 : 16 (C)16 : 3 (D)59 : 30
- ( )  $\vec{AB}$ 、 $\vec{BC}$ 、 $\vec{CD}$ 、 $\vec{DA}$ 、 $\vec{AC}$ 、 $\vec{BD}$  向量圖示如下，選出正確的選項。



- (A)  $\vec{CD} + \vec{BC} = -\vec{BD}$  (B)  $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} + \vec{AD} = \vec{0}$  (C)  $\vec{AC} + \vec{BD} = \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD}$  (D)  $\vec{AD} - \vec{AB} = \vec{CD} + \vec{BC}$  (E)  $\vec{AD} - \vec{AB} + \vec{CD} = \vec{BC}$

6. ( ) 如圖所示，兩直線  $OA$  與  $OB$  交於  $O$  點，已知向量  $\vec{OP} = \frac{2}{5}\vec{OA} + \frac{4}{5}\vec{OB}$ ，選出終點  $P$  所在區域的選項。



- (A) I (B) II (C) III (D) IV (E) V
7. ( )  $-\pi \leq x \leq 3\pi$ ，方程式  $\tan x = \frac{\pi x}{100}$  有幾個解？ (A) 1 (B) 3 (C) 5 (D) 7
8. ( ) 滿足不等式  $\log_{x-3}(2x+5) > \log_{x-3}(3x-1)$  的整數解有幾個？ (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 0
9. ( ) 若  $O$  為  $\triangle ABC$  的外心，且  $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{OH}$ ，則  $H$  是  $\triangle ABC$  的 (A) 重心 (B) 內心 (C) 外心 (D) 垂心
10. ( ) 令  $a = \sin(\pi^2)$ ，試問下列哪一個選項是對的？ (A)  $a = -1$  (B)  $-1 < a < -\frac{1}{2}$  (C)  $-\frac{1}{2} < a < 0$  (D)  $0 < a < \frac{1}{2}$

### 三、多選題：(5 小題，每格 2 分，共 10 分)

1. ( ) 關於函數  $f(x) = \sin x$ ，試問下列哪些選項正確？ (A)  $-1 \leq f(x) \leq 1$  (B)  $f(x)$  在  $x = \pi$  時有最小值 (C)  $f(x)$  的週期為  $2\pi$  (D)  $f(x)$  的圖形對稱於原點
2. ( ) 設  $a = \log_2 8$ ， $b = \log_3 1$ ， $c = \log_{0.5} 8$ ，試選出正確的選項 (A)  $b = 0$  (B)  $a + b + c > 0$  (C)  $a > b > c$  (D)  $a^2 > b^2 > c^2$  (E)  $2^a > 3^b > (\frac{1}{2})^c$
3. ( ) 下列哪些選項中的  $x$ ，會使得不等式  $-\frac{1}{2} < \cos x < \frac{\sqrt{3}}{2}$  恆成立？ (A)  $\frac{\pi}{6} < x < \frac{2\pi}{3}$  (B)  $\frac{4\pi}{3} < x < \frac{11\pi}{6}$  (C)  $\frac{\pi}{6} < x < \frac{11\pi}{6}$  (D)  $\frac{\pi}{6} < x < \frac{4\pi}{3}$  (E)  $\frac{2\pi}{3} < x < \frac{11\pi}{6}$
4. ( ) 已知  $P$  為  $\triangle ABC$  內一點，且  $\vec{AP} = a\vec{AB} + b\vec{AC}$ ，其中  $a, b$  為相異實數。設  $Q, R$  在同一平面上，且  $\vec{AQ} = b\vec{AB} + a\vec{AC}$ ， $\vec{AR} = a\vec{AB} + (b - 0.05)\vec{AC}$ 。試選出正確的選項 (A)  $Q, R$  也都

在  $\triangle ABC$  內部 (B)  $|\vec{AP}| = |\vec{AQ}|$  (C)  $\triangle ABP$  面積 =  $\triangle ACQ$  面積 (D)  $\triangle BCP$  面積 =  $\triangle BCQ$  面積 (E)  $\triangle ABP$  面積 >  $\triangle ABR$  面積

5. ( ) 設  $\cos 2\theta$  是無理數，則下列哪些數必為無理數？ (A)  $\sin \theta$  (B)  $\cos \theta$  (C)  $\cos 4\theta$  (D)  $\tan 2\theta$  (E)  $\tan \frac{\theta}{2}$

#### 四、填充題：(15 小題，每格 2 分，共 50 分)

1. 將徑轉換成以度為單位：

(1)  $\frac{4\pi}{3}$  徑 = \_\_\_\_\_ 度。

(2)  $-\frac{5\pi}{4}$  徑 = \_\_\_\_\_ 度。

2. 若  $\vec{a} = (4, k)$  在  $\vec{b} = (1, 2)$  上的正射影為  $(2, 4)$ ，則實數  $k$  的值為\_\_\_\_\_。

3. 已知  $\log 2020 \approx 3.3054$ ，則

(1) 2020000 的科學記號為①\_\_\_\_\_； $\log 2020000$  的首數為②\_\_\_\_\_，尾數為③\_\_\_\_\_。

(2) 0.002020 的科學記號為①\_\_\_\_\_； $\log 0.002020$  的首數為②\_\_\_\_\_，尾數為③\_\_\_\_\_。

4. 已知某人在服藥  $t$  小時後，體內殘留的藥量為  $M(t) = 400 \times (\frac{1}{4})^t$  毫克，則此人在服藥 1.5 小時後，體內殘留的藥量為\_\_\_\_\_毫克。

5. 設  $f(\theta) = 2\sin \theta$ ， $g(\theta) = 3\cos \theta$ ，試回答下列問題：

(1) 若  $0 \leq \theta < 2\pi$ ，則  $f(\theta)$  的最大值為①\_\_\_\_\_，最小值為②\_\_\_\_\_。

(2) 若  $\frac{\pi}{3} \leq \theta \leq \frac{7\pi}{6}$ ，則  $g(\theta)$  的最大值為①\_\_\_\_\_，最小值為②\_\_\_\_\_。

6. 設  $A(1, 2)$ 、 $B(1, -2)$  為平面上兩定點，點  $P$  為  $x$  軸正向上的一點。若內積  $\vec{PA} \cdot \vec{PB} = 5$ ，則點  $P$  之坐標為\_\_\_\_\_。

7. 已知  $\frac{1}{9} < (\frac{1}{3})^{2x+1} < 9$ ，求  $x$  的範圍為\_\_\_\_\_。

8. 求下列行列式的值：

$$(1) \begin{vmatrix} 75 & 275 \\ 151 & 554 \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}} \circ$$

$$(2) \begin{vmatrix} 26\sqrt{6}-\sqrt{2} & 26\sqrt{3}+1 \\ 5\sqrt{6} & 5\sqrt{3} \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}} \circ$$

9. 已知直線  $L_1: x + 2y = 5$ ,  $L_2: x - 3y = 7$ , 求  $L_1$  與  $L_2$  的夾角  $\theta = \underline{\hspace{2cm}} \circ$ .

10. 若  $\begin{vmatrix} 2k-3 & 2 \\ k-1 & k+4 \end{vmatrix} = 25$ , 則實數  $k$  的值為  $\underline{\hspace{2cm}} \circ$ .

11. 某種病毒傳染力極強, 已知每1個病毒在人體內每經過6小時就會分裂成3個, 某人吸入100個病毒進入體內, 當體內達到2億個病毒時, 身體就會發病, 在此期間稱為潛伏期, 請問此病毒的潛伏期約有  $\underline{\hspace{2cm}}$  天。(無條件進位至整數, 已知  $\log 2 \approx 0.3010$ ,  $\log 3 \approx 0.4771$ )

12. 試求  $\begin{vmatrix} 2+2\sqrt{2}+\sqrt{3} & 2+\sqrt{3} \\ 2+2\sqrt{2}-\sqrt{3} & 2\sqrt{2} \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}} \circ$ .

13.  $x$  為任意實數時,  $\log(x^2 + ax + 19) > 1$  恆成立, 則  $a$  範圍為  $\underline{\hspace{2cm}} \circ$ .

14. 設  $C$  點在直線  $AB$  上, 而  $P$  是直線  $AB$  外一點, 若  $\vec{PB} = (3t+4)\vec{PA} + (t+9)\vec{PC}$ , 則實數  $t = \underline{\hspace{2cm}} \circ$ .

15. 如圖, 直角三角形  $ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $\overline{BD}$  為  $\angle ABC$  的角平分線,  $\overline{BC} = 3$ ,  $\overline{CD} = 1$ , 則  $\overline{AC}$  長為  $\underline{\hspace{2cm}} \circ$ .

