

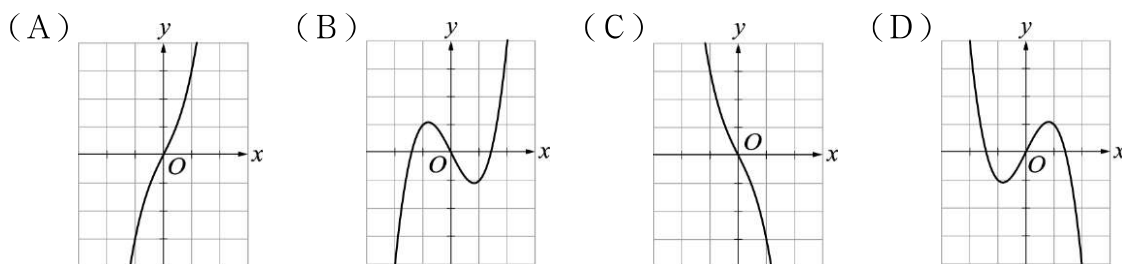
日期：110/01/05

範圍：3-3

班級_____座號_____姓名_____

段考範圍 3-1~3-3

選擇填充題（每格 10 分，共 100 分）

1. () 試求二次不等式 $x^2+2x<3$ 的解？(A) $-3<x<1$ (B) $x<-3$ 或 $x>1$ (C) 無實數解 (D) $-1<x<3$ 2. () 下列四個圖形中哪一個選項為 $y=-x^3+2x$ 的圖形。

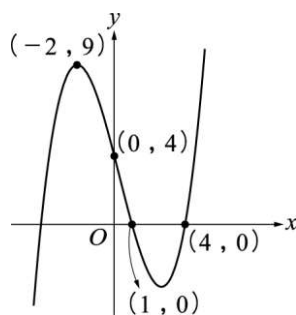
3. () a, b 為實數，已知二次不等式 $x^2+ax+b<0$ 之解為 $\frac{-3-\sqrt{5}}{2}<x<\frac{-3+\sqrt{5}}{2}$ ，則 $a+b$ 之值為何？ (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

4. () 設 m 為實數，若二次函數 $y=mx^2+12x+m+7$ 之圖形在直線 $y=2$ 的下方，則 m 的範圍為何？ (A) $m<-9$ (B) $-9<m<0$ (C) $0<m<4$ (D) $m>4$

5. () 設 k 為實數，若二次不等式 $kx^2+2x+k\geq 0$ 沒有實數解，則 k 之值可能為何？(多選)

(A) -10 (B) -6 (C) -2 (D) 2 (E) 6。

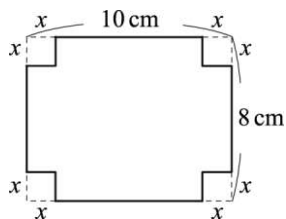
6. () 如圖為三次函數 $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ 的部分圖形，下列哪些選項是正確的？(多選)

(A) $a>0$ (B) $d>0$ (C) $a+b+c+d=0$ (D) $f(x)=1$ 有三個相異實數解 (E) $f(x)=9$ 有三個相異實數解。

A. 解不等式 $(x^2+x+1)(x-1)^3(x+3)<0$ 得 x 範圍為 ⑦⑧<x<⑨。

B. 設三次函數 $y=f(x)=a(x-4)^3+b(x-4)^2+c(x-4)+d$ ，當 x 很大時， $y=f(x)$ 的圖形很接近 $y=-2x^3$ ，又在 $x=4$ 附近的圖形近似於直線 $y=-4x-2$ ，若函數 $f(x)$ 圖形的對稱中心在 $x=3$ 處，試求序組 $(a, b, c, d)=($ ⑩⑪, ⑫⑬, ⑭⑮, ⑯⑰⑱)

- C. 老張有一塊 $10\text{cm} \times 8\text{cm}$ 的長方形鐵板，他將鐵板平鋪於地上，思索著如何剪裁才可以摺成一無蓋的長方體容器，且這容器的體積至少 48cm^3 。請同學們幫老張算算 x 的範圍應為 $\textcircled{19} \leq x \leq \textcircled{20}$ cm，才可以達到老張的需求。



- D. 不等式 $\frac{3}{4}x - \frac{2x-1}{6} < \frac{3x+1}{2} - \frac{5}{2}$ 之解為 $x > \textcircled{21}$ 。

選擇填充題（每格 10 分，共 100 分）

1	A	2	D	3	D	4	A	5	ABC
6	ABCD	A	$-3 < x < 1$	B	$(-2, -6, -4, -18)$	C	$1 \leq x \leq 2$	D	$x > 2$

1. **解析**： $x^2+2x<3 \Rightarrow x^2+2x-3<0 \Rightarrow (x+3)(x-1)<0 \Rightarrow -3<x<1$ 故選(A)

2. **解析**：因為 $y=-x^3+2x$ 的 x^3 項係數小於 0，所以圖形的最右方會下降到負無限大
 $y=-x^3+2x$ 的 x 項係數大於 0，則圖形在 $x=0$ 附近時的走向應該要往右增高，故選(D)

3. **解析**： $\frac{-3-\sqrt{5}}{2}<x<\frac{-3+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \left(x-\frac{-3-\sqrt{5}}{2}\right)\left(x-\frac{-3+\sqrt{5}}{2}\right)<0$

$x^2+3x+1<0$ 與 $x^2+ax+b<0$ 同義 $\therefore a=3, b=1, a+b=4$ 故選(D)

4. **解析**： $mx^2+12x+m+7<2 \Rightarrow mx^2+12x+(m+5)<0$ 恆成立

$$\Rightarrow \begin{cases} m<0 \\ 12^2-4\times m\times(m+5)<0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m<0 \\ m^2+5m-36>0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m<0 \\ m>4 \text{ 或 } m<-9 \end{cases} \Rightarrow m<-9 \quad \text{故選(A)}$$

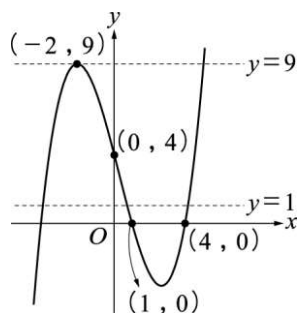
5. **解析**： $\because kx^2+2x+k\geq 0$ 沒有實數解

$\therefore kx^2+2x+k<0$ 對所有的實數 x 恆成立

$$\Rightarrow \begin{cases} k<0 \\ 2^2-4\times k\times k<0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k<0 \\ k>1 \text{ 或 } k<-1 \end{cases} \therefore k<-1 \quad \text{故選(A)(B)(C)}$$

6. **解析**：



(A)○：由圖可知 $f(x)$ 的圖形最右側為上升 $\Rightarrow$ 領導係數 $a>0$

(B)○： $d=f(0)$ 即 $f(x)$ 的圖形與 y 軸交點的 y 坐標

由圖可知 $d=f(0)=4>0$

(C)○：由圖可知 $f(1)=a+b+c+d=0$

(D)○： $f(x)=1$ 的解個數即為 $\begin{cases} y=f(x) \\ y=1 \end{cases}$ 的兩圖形交點個數

由圖可知有三個相異交點

故 $f(x) = 1$ 有三個相異實數解

(E) $\times$: $f(x) = 9$ 的解個數即為 $\begin{cases} y=f(x) \\ y=9 \end{cases}$ 的兩圖形交點個數

由圖可知有兩個交點 (其中一點為重根處)

故 $f(x) = 9$ 有兩重根與另一根, 不為三相異實數解

故選 (A)(B)(C)(D)

A. **解析**: $x^2 + x + 1 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0$ (恆正)

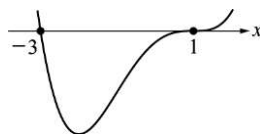
$\therefore$ 消去 $x^2 + x + 1$

$$\Rightarrow (x-1)^3(x+3) < 0$$

考慮每個因式的正負號:

x	$(-\infty, -3)$	$(-3, 1)$	$(1, \infty)$
$x+3$	-	+	+
$(x-1)^3$	-	-	+
$(x-1)^3(x+3)$	+	-	+

可作示意圖如下



$\therefore -3 < x < 1$ (本題答案亦可記為 $(-3, 1)$)

B. 由 $f(x)$ 的大域特徵可知 $a = -2$

因為 $y = f(x)$ 在 $x = 4$ 附近的一次近似為 $y = c(x-4) + d$

由題設敘述知, $c(x-4) + d = -4x - 2$, 解得 $c = -4$, $d = -18$

又函數 $f(x)$ 圖形的對稱中心在 $x = 3$ 處, 所以 $\frac{f(2) + f(4)}{2} = f(3)$

$$\text{即 } \frac{(4b+6) + (-18)}{2} = b - 12$$

解得 $b = -6$

故序組 $(a, b, c, d) = (-2, -6, -4, -18)$

C. **解析**: 由題圖知, 容積為 $(10-2x)(8-2x)x \geq 48$

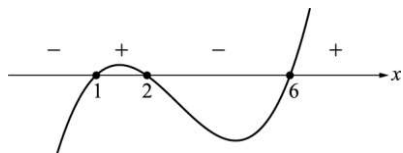
其中 $10-2x > 0$, $8-2x > 0$, $x > 0$

$$\Rightarrow 0 < x < 4 \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

又由原式得 $(5-x)(4-x)x \geq 12$

$$\Rightarrow x^3 - 9x^2 + 20x - 12 \geq 0$$

$$\text{化簡為 } (x-1)(x-2)(x-6) \geq 0$$



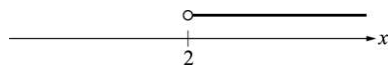
可得 $1 \leq x \leq 2$ 或 $x \geq 6$②

取①、②的共同部分得 x 的範圍為 $1 \leq x \leq 2$

D. 解析：兩邊同乘以 12 得 $9x - 2(2x - 1) < 6(3x + 1) - 30$

$$\Rightarrow 9x - 4x + 2 < 18x + 6 - 30 \Rightarrow 9x - 4x - 18x < 6 - 30 - 2$$

$$\Rightarrow -13x < -26 \Rightarrow x > \frac{26}{13}$$



$\Rightarrow x > 2$ ，亦可記為 $(2, \infty)$