國立基隆高中　110學年度 第一學期　高二數學科（B）晨考試題

日期：110/12/29　　　　　　　　班級______座號________姓名_________

1. 已知平面上兩向量 $\overrightarrow{a}=(2，3)$，$\overrightarrow{b}=(-1，k)$，試求：

⑴ 若 $\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{b}$ 平行，則 $k=\dfrac{□□}{□}$。　　⑵ 若 $\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{b}$ 垂直，則 $k=\dfrac{□}{□}$。

【答】(1)$-\dfrac{3}{2}$；(2)$\dfrac{2}{3}$

【解】⑴ ∵ $\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{b}$ 平行　∴坐標比例相等 $\Rightarrow \dfrac{2}{-1}=\dfrac{3}{k}\Rightarrow 2k=-3\Rightarrow k=-\dfrac{3}{2}$

⑵ ∵ $\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{b}$ 垂直　∴ $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=0\Rightarrow -2+3k=0\Rightarrow k=\dfrac{2}{3}$

2. 已知平面上兩向量 $\overrightarrow{a}=(-10，-2)$，$\overrightarrow{b}=(2，3)$，則

(1) $\vec{a}\cdot\vec{b}=$ ___□□□___。　　(2) $\overrightarrow{a}$ 在 $\overrightarrow{b}$ 上的正射影為___（□□，□□）___。

【答】(1)－26；(2)（－4，－6）

【解】(1) (－10)．2＋(－2)．3 =－26

(2) $\left(\dfrac{\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}}{|\overrightarrow{b}|^2}\right)\overrightarrow{b}=\left(\dfrac{-20-6}{13}\right)(2，3)=(-2)\times(2，3)=(-4，-6)$

3. 已知平面上一直線 L 的法向量為（5，－2）且通過點（2，3），試求：

(1) 直線 L 的方程式為___□x＋□□y＋□□＝0___。

(2) 若有另一直線 L' 與直線 L 平行且過點（1，1），

則直線 L' 的方程式為___□x＋□□y＋□□＝0___。

【答】(1) $5x-2y-4=0$；(2) $5x-2y-3=0$

【解】⑴ 設 L：$5x-2y+k=0$，將點（2，3）代入 $\Rightarrow 10-6+k=0\Rightarrow k=-4\Rightarrow L$：$5x-2y-4=0$

⑵ 設 L'：$5x-2y+p=0$，將點（1，1）代入 $\Rightarrow 5-2+p=0\Rightarrow p=-3\Rightarrow L'$：$5x-2y-3=0$

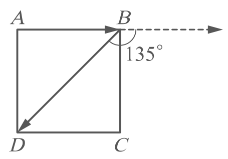
4. 是非題

(1)（___□___）正方形 $ABCD$ 中，$\overrightarrow{AB}$ 與 $\overrightarrow{BD}$ 的夾角為 45°。

(2)（___□___）正方形 $ABCD$ 中，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}=|\overrightarrow{AB}|^2$。

【答】(1) ╳；(2) ╳

【解】(1) 夾角為 135°，如圖　　(2) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}=-|\overrightarrow{AB}|^2$



5. 設 $\vec{a}=(1,0)$，$\vec{b}=(\sqrt{3},1)$，若 $\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 的夾角為 θ，則 $\theta=$？

(A) 30°　(B) 45°　(C) 60°　(D) 75°　(E) 90°

【答】A

【解】$\vec{a}\cdot\vec{b}=1\times\sqrt{3}+0\times1=\sqrt{3}$

設 $\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 兩向量的夾角為 θ，可得 $\cos\theta=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}=\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{1+0}\ \sqrt{3+1}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　故得 $\theta=30^\circ$

6. 已知 $\vec{c}=2\vec{a}+3\vec{b}$，且 $|\vec{a}|=3$，$|\vec{b}|=2$，$|\vec{c}|=6$，試求：

(1) $\vec{a}\cdot\vec{b}$ ＝__□□□__。

(2) $\vec{a}$，$\vec{b}$ 兩向量的夾角為下列何者？

(A) 30° (B) 60° (C) 90° (D) 120° (E) 150°

【答】(1)－3；(2) D

【解】 (1) 因為 $\vec{c}=2\vec{a}+3\vec{b}$，所以

$$|\vec{c}|^2=|2\vec{a}+3\vec{b}|^2 \Rightarrow |\vec{c}|^2=4|\vec{a}|^2+12(\vec{a}\cdot\vec{b})+9|\vec{b}|^2$$

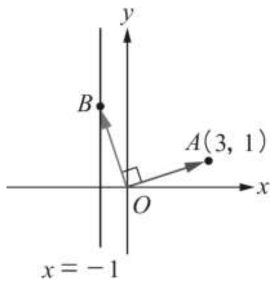
$$\Rightarrow 6^2=4\times 3^2+12(\vec{a}\cdot\vec{b})+9\times 2^2 \Rightarrow \vec{a}\cdot\vec{b}=-3$$

(2) 設 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 兩向量的夾角為θ，則

$$-3=\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta=3\times 2\times\cos\theta \Rightarrow \cos\theta=-\frac{1}{2} \Rightarrow \theta=120°$$

7. 如圖，A 點的坐標為（3，1），B 點在直線 x＝－1 上。

若 $\overline{OA}\perp\overline{OB}$，試求 B 點的坐標__（□□，□）__。



【答】（－1，3）

【解】設 B 點的坐標為（－1，k），因為 $\overline{OA}\perp\overline{OB}$，所以 $\overline{OA}\cdot\overline{OB}=0$。

又由 $\overline{OA}=(3, 1)$，$\overline{OB}=(-1, k)$，可得（3，1）$\cdot$（－1，k）＝0，

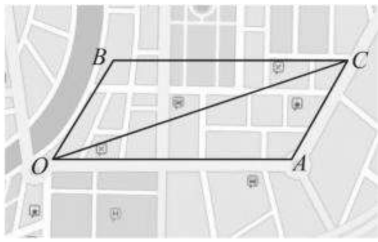
即得－3＋k＝0，於是 k＝3，故得 B 點的坐標為（－1，3）。

8. 如圖，市政府即將在平行四邊形 $OACB$ 這塊地舉辦跨年活動，

其中對角線 $\overline{OC}$ 將成舞台走道。如果 $\overline{OA}$、$\overline{OB}$ 長度分別

為 2 公里、1 公里，$\angle AOB$＝60°，

試求舞台走道 $\overline{OC}$ 的長度為 __$\sqrt{□}$__ 公里。



【答】$\sqrt{7}$

【解】令 $\vec{a}=\overline{OA}$，$\vec{b}=\overline{OB}$，則 $\overline{OC}=\overline{OA}+\overline{OB}=\vec{a}+\vec{b}$，因此

所求為 $\overline{OC}=|\overline{OC}|=|\vec{a}+\vec{b}|$，又 $|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=1$，$\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 的夾角為 60°。

由 $|\vec{a}+\vec{b}|^2=(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{a}+\vec{b})=\vec{a}\cdot\vec{a}+\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{a}+\vec{b}\cdot\vec{b}$

$$=|\vec{a}|^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2=|\vec{a}|^2+2|\vec{a}||\vec{b}|\cos 60°+|\vec{b}|^2=4+2\times 2\times 1\times\frac{1}{2}+1=7,$$

故 $|\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{7}$，即 $\overline{OC}=\sqrt{7}$，故舞台走道為 $\sqrt{7}$ 公里。