

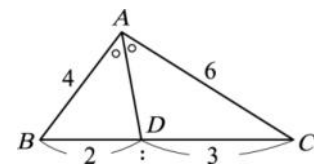
範圍：翰林版 3-1~3-2 平面向量的內積 班級：_____姓名：_____座號：_____

一、單一選擇題(每題 5 分)

1. () 在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB}=4$ ， $\overline{BC}=5$ ， $\overline{CA}=6$ ， $\angle BAC$ 的內角平分線交 $\overline{BC}$ 於 D ，若

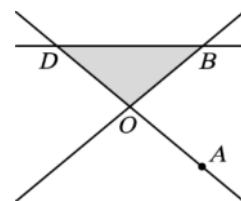
$$\overrightarrow{AD} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}, \text{ 則數對 } (x, y) = ? \quad (A) \left(\frac{6}{5}, \frac{4}{5}\right) \quad (B) \left(\frac{4}{5}, \frac{6}{5}\right) \quad (C) \left(\frac{2}{5}, \frac{3}{5}\right)$$

$$(D) \left(\frac{4}{5}, \frac{1}{5}\right) \quad (E) \left(\frac{3}{5}, \frac{2}{5}\right)。$$

Sol: 由內角平分線性質可知 $\overline{BD} : \overline{DC} = \overline{AB} : \overline{AC} = 4 : 6 = 2 : 3$ 由分點公式得 $\overrightarrow{AD} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{5}\overrightarrow{AC} \Rightarrow$ 數對 $(x, y) = \left(\frac{3}{5}, \frac{2}{5}\right)$ 故選(E)2. () 如圖所示， $\overline{OD} = \overline{OA}$ ，下列選項中哪些向量的終點會落在 $\triangle BOD$ 的內部？

$$(A) \frac{1}{3}\overrightarrow{OA} - \frac{1}{4}\overrightarrow{OB} \quad (B) -\frac{1}{3}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{4}\overrightarrow{OB} \quad (C) -\overrightarrow{OA} + 3\overrightarrow{OB}$$

$$(D) \frac{1}{3}\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}。$$

Sol: 設 $\overrightarrow{OP} = x\overrightarrow{OA} + y\overrightarrow{OB} = -x\overrightarrow{OD} + y\overrightarrow{OB}$ 若 P 在 $\triangle BOD$ 內部，則 $(-x) \geq 0, y \geq 0, (-x) + y \leq 1$ $\Rightarrow x \leq 0, y \geq 0, x - y \geq -1$ ，選項中僅有(B)符合 故選(B)

二、多重選擇題 (每題 5 分)

3. () 設 P 為 $\triangle ABC$ 所在平面上的一點， $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ ，且直線 AP 交直線 BC 於 Q ，試問下列敘述哪些正確？ (A) P 在 $\triangle ABC$ 的內部 (B) $\overrightarrow{AQ} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{AC}$ (C) $\frac{\overline{BQ}}{\overline{QC}} = \frac{3}{2}$ (D) $\frac{\triangle PBC \text{ 面積}}{\triangle ABC \text{ 面積}}$ 的值為 $\frac{5}{6}$ (E) $\overrightarrow{PA} + 2\overrightarrow{PB} + 3\overrightarrow{PC} = \overrightarrow{0}$ 。Sol: (A) $\frac{1}{3} > 0, \frac{1}{2} > 0$ 且 $\frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{5}{6} < 1 \therefore P$ 在 $\triangle ABC$ 的內部(B) 設 $\overrightarrow{AQ} = t\overrightarrow{AP} = \frac{t}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{t}{2}\overrightarrow{AC} \therefore B, Q, C$ 三點共線 $\Rightarrow \frac{t}{3} + \frac{t}{2} = 1 \Rightarrow t = \frac{6}{5}$

$$\text{代入得 } \overrightarrow{AQ} = \frac{6}{5} \left(\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} \right) = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{AC}$$

$$(C) \frac{\overline{BQ}}{\overline{QC}} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{2}{5}} = \frac{3}{2}$$

$$(D) \frac{\triangle PBC \text{ 面積}}{\triangle ABC \text{ 面積}} = \frac{\overline{PQ}}{\overline{AQ}} = 1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$$

$$(E) \overrightarrow{AP} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AC} \Rightarrow 6 \overrightarrow{AP} = 2(\overrightarrow{PB} - \overrightarrow{PA}) + 3(\overrightarrow{PC} - \overrightarrow{PA})$$

$$\Rightarrow -6 \overrightarrow{PA} = 2 \overrightarrow{PB} - 2 \overrightarrow{PA} + 3 \overrightarrow{PC} - 3 \overrightarrow{PA} \Rightarrow \overrightarrow{PA} + 2 \overrightarrow{PB} + 3 \overrightarrow{PC} = \overrightarrow{0}$$

故選(A)(B)(C)(E)

4.() 設 A, B, C 為平面上相異三點, O 為平面上任一點, 試問下列何者使 A, B, C 三點共線?

$$(A) 3 \overrightarrow{OA} + 4 \overrightarrow{OB} - 7 \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{0} \quad (B) \overrightarrow{AC} + 2 \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{0} \quad (C) \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

$$(D) \overrightarrow{OA} = \frac{1}{5} \overrightarrow{OB} + \frac{4}{5} \overrightarrow{OC} \quad (E) \overrightarrow{OC} = \frac{5}{3} \overrightarrow{OA} - \frac{2}{3} \overrightarrow{OB}.$$

$$\text{Sol: } (A) 3 \overrightarrow{OA} + 4 \overrightarrow{OB} - 7 \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{0} \Rightarrow 7 \overrightarrow{OC} = 3 \overrightarrow{OA} + 4 \overrightarrow{OB} \Rightarrow \overrightarrow{OC} = \frac{3}{7} \overrightarrow{OA} + \frac{4}{7} \overrightarrow{OB}$$

$\therefore A, B, C$ 三點共線

$$(B) \overrightarrow{AC} = -2 \overrightarrow{AB} \quad \therefore A, B, C \text{ 三點共線}$$

$$(C) \because \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} \Rightarrow \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC} \quad \therefore A, B, C \text{ 為平面上任意三點}$$

$$(D) \because \frac{1}{5} + \frac{4}{5} = 1 \quad \therefore A, B, C \text{ 三點共線}$$

$$(E) \because \frac{5}{3} + \left(-\frac{2}{3}\right) = 1 \quad \therefore A, B, C \text{ 三點共線}$$

故選(A)(B)(D)(E)

三、填充題 (每格 10 分)

5. $\triangle ABC$ 中, 若 $A(2, 8)$, $B(-1, 5)$, $C(7, 2)$, 則 $\triangle ABC$ 之重心坐標為_____。

Sol: 設 G 為 $\triangle ABC$ 的重心

$$\text{則重心 } G \text{ 為 } \left(\frac{2 + (-1) + 7}{3}, \frac{8 + 5 + 2}{3} \right) = \left(\frac{8}{3}, 5 \right)$$

6. 設 $\overrightarrow{a} = (1, \sqrt{3})$, $\overrightarrow{b} = (3, -3\sqrt{3})$, 則:

$$(1) \overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = \underline{\hspace{2cm}}. \quad (2) \overrightarrow{a} \text{ 與 } \overrightarrow{b} \text{ 的夾角為 } \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$\text{Sol: } (1) \overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 1 \times 3 + \sqrt{3} \times (-3\sqrt{3}) = -6$$

$$(2) |\overrightarrow{a}| = \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} = 2, \quad |\overrightarrow{b}| = \sqrt{3^2 + (-3\sqrt{3})^2} = \sqrt{9 + 27} = 6$$

$$\text{令 } \overrightarrow{a} \text{ 與 } \overrightarrow{b} \text{ 的夾角為 } \theta, \text{ 則 } \cos \theta = \frac{\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}}{|\overrightarrow{a}| |\overrightarrow{b}|} = \frac{-6}{2 \times 6} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 120^\circ$$

$\therefore \overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{b}$ 的夾角為 120°

7. 設 $\vec{a} = (3, 2)$, $\vec{b} = (4, k)$, $\vec{c} = (4, 1)$, 試問：

(1) 若 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 則 $k = \underline{\hspace{2cm}}$ 。 (2) 若 $(\vec{a} + t\vec{c}) \perp \vec{c}$, 則 $t = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

Sol: (1) $\because \vec{a} \perp \vec{b} \therefore \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Rightarrow 3 \times 4 + 2 \times k = 0 \Rightarrow k = -6$

$$(2) \vec{a} + t\vec{c} = (3, 2) + t(4, 1) = (4t+3, t+2)$$

$$\because (\vec{a} + t\vec{c}) \perp \vec{c} \therefore (\vec{a} + t\vec{c}) \cdot \vec{c} = 0$$

$$\therefore (4t+3, t+2) \cdot (4, 1) = 0$$

$$\Rightarrow 4(4t+3) + (t+2) = 0 \Rightarrow 17t+14=0 \Rightarrow t = -\frac{14}{17}$$

8. 在坐標平面上的 $\triangle ABC$ 中, P 為 $\overline{BC}$ 邊之中點, Q 在 $\overline{AC}$ 邊上且 $\overline{AQ} = 2\overline{QC}$ 。已知 $\vec{PA} = (4, 3)$

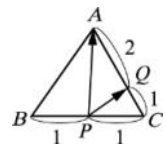
, $\vec{PQ} = (1, 5)$, 則 $\vec{BC} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

Sol: $\vec{BC} = 2\vec{PC}$, 在 $\triangle APC$ 中, 由分點公式得 $\vec{PQ} = \frac{2}{3}\vec{PC} + \frac{1}{3}\vec{PA}$

$$\Rightarrow 2\vec{PC} + \vec{PA} = 3\vec{PQ}$$

$$\Rightarrow 2\vec{PC} = 3\vec{PQ} - \vec{PA} = 3(1, 5) - (4, 3) = (-1, 12)$$

$$\text{故 } \vec{BC} = 2\vec{PC} = (-1, 12)$$



請將答案填入下列表格中

1	2	3	4	5
E	B	ABCE	ABDE	$\left(\frac{8}{3}, 5\right)$
6(1)	6(2)	7(1)	7(2)	8
-6	120°	-6	$-\frac{14}{17}$	(-1, 12)

範圍：翰林版 3-1~3-2 平面向量的內積 班級：_____姓名：_____座號：_____

一、單一選擇題(每題 5 分)

1. () 在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB}=4$ ， $\overline{BC}=5$ ， $\overline{CA}=6$ ， $\angle BAC$ 的內角平分線交 $\overline{BC}$ 於 D ，若

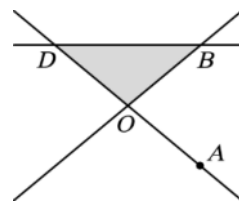
$$\overrightarrow{AD} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}, \text{ 則數對 } (x, y) = ? \quad (\text{A}) \left(\frac{6}{5}, \frac{4}{5}\right) \quad (\text{B}) \left(\frac{4}{5}, \frac{6}{5}\right) \quad (\text{C}) \left(\frac{2}{5}, \frac{3}{5}\right)$$

$$(\text{D}) \left(\frac{4}{5}, \frac{1}{5}\right) \quad (\text{E}) \left(\frac{3}{5}, \frac{2}{5}\right)。$$

2. () 如圖所示， $\overline{OD}=\overline{OA}$ ，下列選項中哪些向量的終點會落在 $\triangle BOD$ 的內部？

$$(\text{A}) \frac{1}{3}\overrightarrow{OA} - \frac{1}{4}\overrightarrow{OB} \quad (\text{B}) -\frac{1}{3}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{4}\overrightarrow{OB} \quad (\text{C}) -\overrightarrow{OA} + 3\overrightarrow{OB}$$

$$(\text{D}) \frac{1}{3}\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}。$$



二、多重選擇題 (每題 5 分)

3. () 設 P 為 $\triangle ABC$ 所在平面上的一點， $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ ，且直線 AP 交直線 BC 於 Q ，試問

下列敘述哪些正確？ (A) P 在 $\triangle ABC$ 的內部 (B) $\overrightarrow{AQ} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{AC}$ (C) $\frac{\overline{BQ}}{\overline{QC}} = \frac{3}{2}$

(D) $\frac{\triangle PBC \text{ 面積}}{\triangle ABC \text{ 面積}}$ 的值為 $\frac{5}{6}$ (E) $\overrightarrow{PA} + 2\overrightarrow{PB} + 3\overrightarrow{PC} = \overrightarrow{0}$ 。

4. () 設 A, B, C 為平面上相異三點， O 為平面上任一點，試問下列何者使 A, B, C 三點共線？

(A) $3\overrightarrow{OA} + 4\overrightarrow{OB} - 7\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{0}$ (B) $\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{0}$ (C) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

(D) $\overrightarrow{OA} = \frac{1}{5}\overrightarrow{OB} + \frac{4}{5}\overrightarrow{OC}$ (E) $\overrightarrow{OC} = \frac{5}{3}\overrightarrow{OA} - \frac{2}{3}\overrightarrow{OB}$ 。

三、填充題 (每格 10 分)

5. $\triangle ABC$ 中，若 $A(2, 8)$ ， $B(-1, 5)$ ， $C(7, 2)$ ，則 $\triangle ABC$ 之重心坐標為_____。

6. 設 $\vec{a} = (1, \sqrt{3})$ ， $\vec{b} = (3, -3\sqrt{3})$ ，則：

(1) $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ _____。(2) $\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 的夾角為_____。

7. 設 $\vec{a} = (3, 2)$ ， $\vec{b} = (4, k)$ ， $\vec{c} = (4, 1)$ ，試問：

(1) 若 $\vec{a} \perp \vec{b}$ ，則 $k =$ _____。(2) 若 $(\vec{a} + t\vec{c}) \perp \vec{c}$ ，則 $t =$ _____。

8. 在坐標平面上的 $\triangle ABC$ 中， P 為 $\overline{BC}$ 邊之中點， Q 在 $\overline{AC}$ 邊上且 $\overline{AQ} = 2\overline{QC}$ 。已知 $\vec{PA} = (4, 3)$ ， $\vec{PQ} = (1, 5)$ ，則 $\vec{BC} =$ _____。

請將答案填入下列表

1	2	3	4	5
6(1)	6(2)	7(1)	7(2)	8