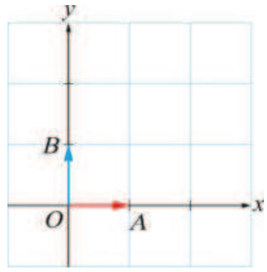
國立基隆高中　110 學年度 第一學期　高二數學科（B）晨考試題

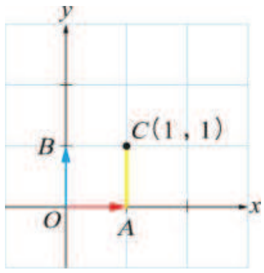
日期：110/12/22　　　　班級______座號________姓名________

1. 設 $\overline{OA}=(1,0)$，$\overline{OB}=(0,1)$，若 $\overline{OP}=x\overline{OA}+y\overline{OB}$，且 x、y 為實數，試在平面上標示出滿足條件 $x=1$，$0\le y\le 1$ 的所有 P 點形成的圖形。

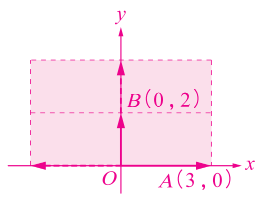


【答】如圖所示

【解】取點 C（1，1），則 P 點所形成的圖形為 $\overline{AC}$。



2. 設 O 為原點，已知 $\overrightarrow{OA}=(3,0)$，$\overrightarrow{OB}=(0,2)$，若 $\overrightarrow{OP}=x\overrightarrow{OA}+y\overrightarrow{OB}$ 且 $-1\leqq x\leqq 1$，$0\leqq y\leqq 2$，x，y 為實數，則所有 P 點形成的區域面積為____□□____。



【答】24

【解】形成的區域為長方形，如圖所示，其面積為 $2|\overrightarrow{OA}|\times 2|\overrightarrow{OB}|=6\times 4=24$

3. 已知坐標平面上兩點 A（3，−5），B（−7，−10），若 P 為 $\overline{AB}$ 上一點且滿足 $\overline{AP}:\overline{BP}=1:4$，則 P 點坐標為____(□，□□)____。

【答】（1，−6）

【解】令 O 為原點，由分點公式可得

$$\overrightarrow{OP}=\frac{4}{5}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{5}\overrightarrow{OB}=\frac{4}{5}(3,-5)+\frac{1}{5}(-7,-10)=\left(\frac{12-7}{5},\frac{-20-10}{5}\right)=(1,-6)$$

故 P 點坐標為（1，−6）

4. 是非題：

(1)（__□__）正△ABC 中，$\overrightarrow{CA}$ 與 $\overrightarrow{BA}$ 的夾角為 60°。

(2)（__□__）正△ABC 中，$\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}$。

【答】(1) ○；(2) ╳

【解】(1) $\overrightarrow{CA}$ 與 $\overrightarrow{BA}$ 的夾角和 $\overrightarrow{AC}$ 與 $\overrightarrow{AB}$ 的夾角相同，皆為 60°

(2) ∵ $\overrightarrow{CA}$ 與 $\overrightarrow{BA}$ 的夾角為 60°，$\overrightarrow{AB}$ 與 $\overrightarrow{BC}$ 的夾角為 120°　∴內積值不同

5. 已知坐標平面上三點 A（1，−2），B（−1，−1），C（−2，−3），則：

(1) $\overrightarrow{AB}=$____(□□，□)____。　(2) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=$____(□□，□□)____。　(3) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=$____□____。

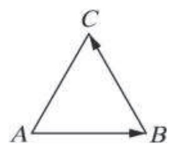
【答】(1) (−2，1)；(2) (−3，−1)；(3)5

【解】 (1) $\overrightarrow{AB}=((-1)-1，(-1)-(-2))=(-2，1)$

(2) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}=((-2)-1，(-3)-(-2))=(-3,-1)$

(3) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=(-2，1)\cdot(-3，-1)=(-2)\times(-3)+1\times(-1)=6-1=5$

6. 如圖，正三角形 ABC 邊長為 12，試求 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}$ 之值為＿□□□＿。



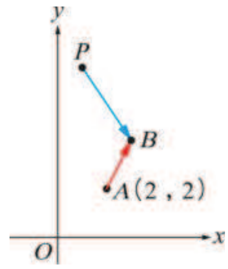
【答】-72

【解】 將 $\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{BC}$ 的始點重合，可知 AB，BC 的夾角為 $120°$

故 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=12\times12\times\cos120°=12\times12\times\left(-\frac{1}{2}\right)=-72$

7. 如圖，坐標平面上，已知 $A(2，2)$，$\overrightarrow{AB}=(1,2)$，$\overrightarrow{PB}=(2,-3)$，

試求 P 點坐標＿(□，□)＿。



【答】$(1，7)$

【解】O 為原點，則

$\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BP}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{PB}=(2，2)+(1，2)-(2，-3)=(1，7)$,

故 P 點坐標為 $(1，7)$。

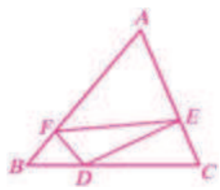
8. 在$\triangle ABC$ 中，設 D、E、F 分別為線段 $\overline{BC}$、$\overline{AC}$、$\overline{AB}$ 上的點，

若 $2\overline{BD}=\overline{CD}$，$\overline{AE}=2\overline{CE}$，$\overline{AF}=3\overline{BF}$。令 $\overrightarrow{AF}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AE}=\vec{b}$，

試以 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 表示 $\overrightarrow{DE}=$ ＿$\frac{\square\square}{\square}\vec{a}+\frac{\square}{\square}\vec{b}$＿。

【答】$\overrightarrow{DE}=-\frac{8}{9}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}$

【解】利用向量的減法、係數積與分點公式，得



$$\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{AE}-\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AE}-\left(\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}\right)$$

$$=\overrightarrow{AE}-\left(\frac{2}{3}\times\frac{4}{3}\overrightarrow{AF}+\frac{1}{3}\times\frac{3}{2}\overrightarrow{AE}\right)=-\frac{8}{9}\overrightarrow{AF}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AF}$$

故 $\overrightarrow{DE}=-\frac{8}{9}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}$