國立基隆高中　110 學年度 第一學期　高三數學 B　晨間演練

日期：110/12/22　範圍：複習講義第十一單元

班級________座號________姓名____________

一、單選題：(一小題 10 分)

1. (　　)坐標平面上有兩向量 $\overrightarrow{u}=(5,10)$，$\overrightarrow{v}=(-4,2)$，則下列哪一個向量的長度最大？
(A) $-3\overrightarrow{u}$　(B) $6\overrightarrow{v}$　(C) $-2\overrightarrow{u}-5\overrightarrow{v}$　(D) $2\overrightarrow{u}-5\overrightarrow{v}$　(E) $\overrightarrow{u}+7\overrightarrow{v}$

解答　A

解析　$\left|-3\overrightarrow{u}\right|=3\times\left|\overrightarrow{u}\right|=3\times\sqrt{5^2+10^2}=15\sqrt{5}$，$\left|6\overrightarrow{v}\right|=6\times\left|\overrightarrow{v}\right|=6\times\sqrt{(-4)^2+2^2}=12\sqrt{5}$，
$\left|-2\overrightarrow{u}-5\overrightarrow{v}\right|=\left|(-10,-20)-(-20,10)\right|=\left|(10,-30)\right|=\sqrt{10^2+(-30)^2}=10\sqrt{10}$，
$\left|2\overrightarrow{u}-5\overrightarrow{v}\right|=\left|(10,20)-(-20,10)\right|=\left|(30,10)\right|=\sqrt{30^2+10^2}=10\sqrt{10}$，
$\left|\overrightarrow{u}+7\overrightarrow{v}\right|=\left|(5,10)+(-28,14)\right|=\left|(-23,24)\right|=\sqrt{(-23)^2+24^2}=\sqrt{1105}$，
$\therefore$長度最大者為 $15\sqrt{5}$

2. (　　)若 A、B、C 三點共線，O 為直線上異於 A、B、C 的任意一點，t 為實數，且 $\overrightarrow{OB}=(3-2t)\overrightarrow{OA}+(4+t)\overrightarrow{BC}$，則 t 值為下列哪一個選項？
(A)6　(B)3　(C)1　(D) -3　(E) -6

解答　C

解析　$\overrightarrow{OB}=(3-2t)\overrightarrow{OA}+(4+t)(\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OB})\Rightarrow\overrightarrow{OB}=(3-2t)\overrightarrow{OA}+(4+t)\overrightarrow{OC}-(4+t)\overrightarrow{OB}$
$\Rightarrow(5+t)\overrightarrow{OB}=(3-2t)\overrightarrow{OA}+(4+t)\overrightarrow{OC}$，
因為 $\overrightarrow{OA}$、$\overrightarrow{OB}$、$\overrightarrow{OC}$ 為兩兩不平行的非零向量，所以 $t\neq-5$，
又 A、B、C 三點共線，所以 $\dfrac{3-2t}{5+t}+\dfrac{4+t}{5+t}=1$
$\Rightarrow 7-t=5+t$，所以 $2t=2\Rightarrow t=1$

二、多選題：(一小題 10 分)

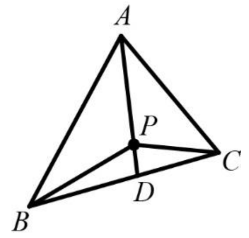
3. (　　)平面上直線 L：$2x+3y=-1$，則關於 L 的敘述，下列哪些選項是正確的？
(A)點 $(1,-1)$ 在直線 L 上　(B) L 的法向量 $(3,-2)$　(C) L 的方向向量可為 $(6,-4)$
(D)直線的斜率 $-\dfrac{2}{3}$　(E)原點 $(0,0)$ 到 L 的距離為 $\dfrac{1}{13}$

解答　ACD

解析　(A)○：代入 $(1,-1)$ 滿足方程式，所以 $(1,-1)$ 在 L 上　(B)╳：L 之方向向量可為 $(3,-2)$，所以 L 之法向量可為 $(2,3)$　(C)○：L 之方向向量可為 $(6,-4)$　(D)○：L：$y=-\dfrac{2}{3}x-\dfrac{1}{3}$，所以 L 之斜率 $-\dfrac{2}{3}$
(E)╳：原點 $(0,0)$ 到 L 的距離 $=\dfrac{|0+0+1|}{\sqrt{2^2+3^2}}=\dfrac{1}{\sqrt{13}}$

4. (　　) 如圖，△ABC 中，$\overline{AP}:\overline{PD}=7:2$，$\overline{BD}:\overline{DC}=4:3$，若 $\overrightarrow{AP}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$，則下列敘述哪些是正確的？

(A) $x=\dfrac{1}{3}$ (B) $y=\dfrac{7}{9}$ (C) $x+y=\dfrac{7}{9}$ (D) $\dfrac{\triangle ABD\text{ 面積}}{\triangle ABC\text{ 面積}}=\dfrac{4}{7}$ (E) $\dfrac{\triangle ABP\text{ 面積}}{\triangle ABC\text{ 面積}}=\dfrac{4}{9}$



解答　ACDE

解析　(I)因為 $\overline{BD}:\overline{DC}=4:3$，所以由分點公式 $\overrightarrow{AD}=\dfrac{3}{7}\overrightarrow{AB}+\dfrac{4}{7}\overrightarrow{AC}$ ……(i)，

又 $\overline{AP}:\overline{PD}=7:2$，所以 $\overrightarrow{AP}=\dfrac{7}{9}\overrightarrow{AD}$ ……(ii)，

由(i)(ii)得 $\overrightarrow{AP}=\dfrac{7}{9}(\dfrac{3}{7}\overrightarrow{AB}+\dfrac{4}{7}\overrightarrow{AC})=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\dfrac{4}{9}\overrightarrow{AC}$，

所以 $x=\dfrac{1}{3}$，$y=\dfrac{4}{9}$ 且 $x+y=\dfrac{7}{9}$。

(II)又 $\overline{BD}:\overline{DC}=4:3$，所以△$ABD$ 面積 $=\dfrac{4}{7}$ △ABC 面積

$\Rightarrow \dfrac{\triangle ABD\text{ 面積}}{\triangle ABC\text{ 面積}}=\dfrac{4}{7}$，$\overline{AP}:\overline{PD}=7:2$

$\Rightarrow$△ABP 面積 $=\dfrac{7}{9}$ △ABD 面積 $=\dfrac{7}{9}\times\dfrac{4}{7}$ △ABC 面積 $=\dfrac{4}{9}$ △ABC 面積，

所以 $\dfrac{\triangle ABP\text{ 面積}}{\triangle ABC\text{ 面積}}=\dfrac{4}{9}$

三、填充題：(一小題 10 分)

5. 設 $\vec{a}=(3,4)$，$\vec{b}=(2,-1)$，若 $\vec{a}+k\vec{b}$ 與 $\vec{a}-\vec{b}$ 垂直，則 $k=$__________。

解答　$\dfrac{23}{3}$

解析　$\vec{a}+k\vec{b}=(3,4)+(2k,-k)=(2k+3,-k+4)$，

$\vec{a}-\vec{b}=(1,5)$，

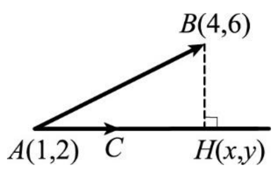
$\because \left(\vec{a}+k\vec{b}\right)\perp\left(\vec{a}-\vec{b}\right)$，

$\therefore \left(\vec{a}+k\vec{b}\right)\cdot\left(\vec{a}-\vec{b}\right)=0\Rightarrow 2k+3+5(-k+4)=0\Rightarrow -3k+23=0$，$\therefore k=\dfrac{23}{3}$。

6. 若 $A(1,2)$、$B(4,6)$、$C(3,3)$，則

(1) $\overrightarrow{AB}$ 在 $\overrightarrow{AC}$ 上的正射影為__________。 (2) B 點在直線 AC 上的正射影坐標為__________。

解答　(1) $(4,2)$
(2) $(5,4)$



解析　(1) $\overrightarrow{AB}=(3,4)$，$\overrightarrow{AC}=(2,1)$，

$\therefore \overrightarrow{AB}$ 在 $\overrightarrow{AC}$ 上的正射影為 $\left(\dfrac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{\left|\overrightarrow{AC}\right|^2}\right)\overrightarrow{AC}=\dfrac{6+4}{5}(2,1)=(4,2)$。

(2)承上題，設點 B 的投影點為 $H(x,y)$，$\because \overrightarrow{AH}=(4,2) \Rightarrow (x-1,y-2)=(4,2)$，

$\therefore x=5$，$y=4$，即投影點為 $H(5,4)$。

7. 坐標平面上有三點 $A(-3,2)$、$B(1,-1)$、$C(7,-3)$，若 $\overrightarrow{PA}+2\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}=\overrightarrow{0}$，則 P 點的坐標為__________。

解答 $\left(\frac{3}{2},-\frac{3}{4}\right)$

解析 設 O 是原點，則 $\left(\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OP}\right)+2\left(\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OP}\right)+\left(\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OP}\right)=\overrightarrow{0}$

$\Rightarrow 4\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OA}+2\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=(-3,2)+(2,-2)+(7,-3)=(6,-3)$，

$\therefore \overrightarrow{OP}=\frac{1}{4}(6,-3)=\left(\frac{3}{2},-\frac{3}{4}\right)$，

故 P 點坐標為 $\left(\frac{3}{2},-\frac{3}{4}\right)$。

8. 平面上有兩向量 $\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$，已知 $|\overrightarrow{a}|=6$，$|\overrightarrow{b}|=3$，$\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{b}$ 的夾角 120°，則

(1)當 $t=$__________時，$|\overrightarrow{a}+t\overrightarrow{b}|$ 有最小值，(2)其值為__________。

解答 ①1 ②$3\sqrt{3}$

解析 $|\overrightarrow{a}+t\times\overrightarrow{b}|^2=|\overrightarrow{a}|^2+t^2\times|\overrightarrow{b}|^2+2t\times\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}$（$\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=|\overrightarrow{a}|\times|\overrightarrow{b}|\times\cos120°=-9$）

$=9t^2-18t+36=9(t-1)^2+27$，

所以當 $t=1$ 時，有最小值 $\sqrt{27}=3\sqrt{3}$。

※答案欄

1.	2.	3.	4.	5.
6. (1)	6. (2)	7.	8. (1)	8. (2)