

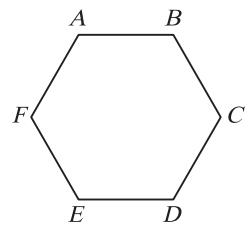
國立基隆高中 110 學年度 第一學期 高二數學科 (B) 晨考試題

日期：110/12/15

班級_____座號_____姓名_____

1. 如右圖， $ABCDEF$ 為一正六邊形，定義 $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{a}$ ， $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{b}$ ， $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{c}$ ，則下列哪些選項正確？（多選）

- (A) $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{b} + \overrightarrow{c}$ (B) $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{a} + \overrightarrow{c}$ (C) $\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{c} - \overrightarrow{a} - \overrightarrow{b}$
 (D) $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} + \overrightarrow{c}$ (E) $\overrightarrow{DF} = \overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$



【答】ACD

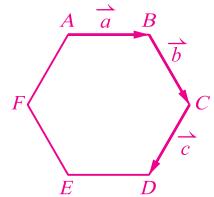
【解】(A) $\bigcirc : \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{b} + \overrightarrow{c}$

(B) $\times : \overrightarrow{CE} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{c} - \overrightarrow{a}$

(C) $\bigcirc : \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AF} = -\overrightarrow{b} - \overrightarrow{a} + \overrightarrow{c}$

(D) $\bigcirc : \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} + \overrightarrow{c}$

(E) $\times : \overrightarrow{DF} = \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{b} - \overrightarrow{a}$



2. 坐標平面上相異四點 $A(1, 2)$, $B(-1, 3)$, $C(-2, -3)$, $D(x, y)$ ，試求：

(1) $\overrightarrow{AB} = \underline{\quad(\square\square, \square)} \quad$ 。 (2) 若 $\overrightarrow{CD} = 3\overrightarrow{AB}$ ，則數對 $(x, y) = \underline{\quad(\square\square, \square)}$ 。

【答】(1) $(-2, 1)$; (2) $(-8, 0)$

【解】(2) $\overrightarrow{CD} = 3\overrightarrow{AB} \Rightarrow (x+2, y+3) = 3(-2, 1) = (-6, 3) \Rightarrow \begin{cases} x+2=-6 \\ y+3=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-8 \\ y=0 \end{cases}$

故數對 $(x, y) = (-8, 0)$

3. 平面上有兩點 $A(1, 3)$, $B(x, -1)$ ，若 $|\overrightarrow{AB}| = 5$ ，則 x 的可能值總和為 $\underline{\quad}$ 。

【答】2

【解】因為 $\overrightarrow{AB} = (x-1, -4)$ ，所以 $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x-1)^2 + (-4)^2} = 5$ 化簡得 $(x-1)^2 = 9$

得 $x=4$ 或 -2 故 x 的可能值總和為 2

4. 設一平行四邊形之頂點為 $A(2, 5)$ 、 $B(-4, 2)$ 、 $C(3, 1)$ ，已知第四頂點位於第三象限，則第四頂點的坐標為 $\underline{\quad(\square\square, \square\square)}$ 。

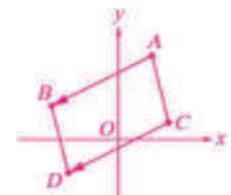
【答】 $(-3, -2)$

【解】設第四頂點為 D

由圖知，平行四邊形為 $ABDC$

因為 $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ ，即 $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OC} \Leftrightarrow \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = (-3, -2)$

故第四頂點的坐標為 $(-3, -2)$



5. 若 $\overrightarrow{a} = (-1, 9)$, $\overrightarrow{b} = (2, 1)$ ，則

(1) $\overrightarrow{a} + 3\overrightarrow{b} = \underline{\quad(\square, \square\square)}$ 。 (2) $|\overrightarrow{a} + 3\overrightarrow{b}| = \underline{\quad\square\square}$ 。

【答】(1) $(5, 12)$; (2) 13

【解】(1) $\overrightarrow{a} + 3\overrightarrow{b} = (-1, 9) + (6, 3) = (5, 12)$ (2) $|\overrightarrow{a} + 3\overrightarrow{b}| = |(5, 12)| = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$

6. 已知坐標平面上兩向量 $\overrightarrow{OA} = (-2, 5)$, $\overrightarrow{OB} = (1, -3)$, 設 $\overrightarrow{OP} = x\overrightarrow{OA} + y\overrightarrow{OB}$,

若 $\overrightarrow{OP} = (1, -5)$, 則數對 $(x, y) = (\boxed{\quad}, \boxed{\quad})$ 。

【答】(2, 5)

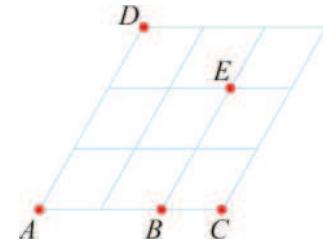
【解】 $\overrightarrow{OP} = x\overrightarrow{OA} + y\overrightarrow{OB} \Rightarrow (1, -5) = (-2x, 5x) + (y, -3y) = (-2x+y, 5x-3y)$

$$\Rightarrow \begin{cases} -2x+y=1 \\ 5x-3y=-5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=5 \end{cases}, \text{故數對 } (x, y) = (2, 5)$$

7. 如圖，為九個全等平行四邊形所拼成的圖形。

(1) 若 $\overrightarrow{EC} = a\overrightarrow{BC} + b\overrightarrow{EB}$, 試求數對 $(a, b) = (\boxed{\quad}, \boxed{\quad})$ 。

(2) 若 $\overrightarrow{EC} = r\overrightarrow{AB} + s\overrightarrow{AD}$, 試求數對 $(r, s) = (\frac{\boxed{\quad}}{\boxed{\quad}}, \frac{\boxed{\quad}}{\boxed{\quad}})$ 。



【答】(1) (1, 1) (2) $(\frac{1}{2}, -\frac{2}{3})$

【解】(1)如圖 可將 \overrightarrow{EC} 分解成 \overrightarrow{BC} 及 \overrightarrow{EB} 的和，可得 $\overrightarrow{EC} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EB}$

故 $a=1, b=1$ 。

(2) 由向量加減法及係數積可得

$$\begin{aligned} \overrightarrow{EC} &= \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + (-\overrightarrow{BE}) \\ &= \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \left(-\frac{2}{3}\overrightarrow{AD}\right) = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AD}。 \end{aligned}$$

故 $r = \frac{1}{2}, s = -\frac{2}{3}$ 。

